**דו"ח מסכם בניסוי: תנועה הרמונית**

**חלק: \_\_\_\_**

סמסטר ב' תשס"ה

שם הבודק : \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

תאריך הבדיקה: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

ציון הדו"ח: **I** \_\_\_\_

**II** \_\_\_\_

שם מדריך הניסוי (שם מלא): ויטלי קוזלוב

תאריך ביצוע הניסוי: 7.5.2015

תאריך הגשת הדו"ח: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**הדו"ח מוגש על ידי:**

**I נבות עוז 301324232 II עופר גולדשטיין 301673596**

שם פרטי משפחה ת.ז. שם פרטי משפחה ת.ז.

**הנדסת חשמל** **05** **F**

מסלול הלימוד מס' קבוצת המעבדה תת קבוצה מספר עמדה

**הערות הבודק לנושאים לקויים בדו"ח:**

**מטרת הניסוי**

1. אימות המודל התאורטי של מטוטלת פיסיקאלית.
2. חישוב תאוצת הכובד.

**רקע תאורטי**

*תנועה הרמונית היא אחד מסוגיה של התנועה המחזורית, המתרחשת בזוויות קטנות. מטוטלת מתמטית היא מערכת פיסיקאלית המבצעת בקירוב תנועה הרמונית פשוטה. היא מורכבת מחוט תלוי באורך L שבקצהו מסה m.*

נקודת התלייה

**איור 1 –** מטוטלת מתמטית

x

L

m

*הזווית הנוצרת בין המטוטלת לאנך מסומנת ב-. קצב השינוי בזווית זאת נקרא "מהירות זוויתית" ומסומן ב-.* x *הוא המרחק האופקי בין המסה לאנך.*

*אחד ממאפייני התנועות המחזוריות הוא זמן המחזור. זהו הזמן במהלכו הגוף מבצע מחזור שלם של התנועה – המקצה הראשון של התנועה לקצה השני וחזרה.*



*כאשר* T *הוא זמן המחזור של התנועה ו-היא המהירות הזוויתית. המסה מבצעת תנועה לאורך קשת מעגל בהשפעת כוח הכבידה. הכוח אשר משפיע על תנועתה לאורך הקשת של המעגל הינו ומהגדרת הזווית ופונקציית הסינוס מתקבל . כיוון שמדובר על זוויות קטנות ניתן לקרב את המרחק* x *לאורך הקשת של המעגל עליו נעה* m. *אורך קשת זו היא* .

*המסה נעה על אורך הקשת ולפי החוק השני של ניוטון:*



*מפתרון משוואה דיפרנציאלית זו מתקבל כי , ומהצבה בנוסחה (1) מתקבל שאין תלות לזמן המחזור במסת המשקולת.*

*מטוטלת פיזיקלית הינה גוף קשיח התלוי בשדה הכבידה של כדור הארץ. הסטת הגוף ממצב של מנוחה – הנקראת נקודת שיווי המשקל - תוביל לביצוע תנועת מטוטלת, קרי מטוטלת פיזיקאלית.*

נקודת התלייה

מרכז המסה

**איור 2 –** מטוטלת פיזיקאלית

*בנוסחה קיים קשר בין המהירות הזוויתית לבין זמן המחזור. במטוטלת פיזיקאלית זמן המחזור תלוי גם במרחק בין נקודת התלייה לבין מרכז המסה של הגוף. ככל שתורחק נקודת התלייה ממרכז המסה יקטן זמן המחזור של התנועה, עד לערך מסוים התלוי בגוף ומסתו וממנו והלאה זמן המחזור יגדל. הסיבה לכך היא שבמרחק כלשהו בין מרכז המסה לבין נקודת התלייה ניתן להסתכל על הגוף כמטוטלת מתמטית. מרחק זה יקרא רדיוס ההתמד של הגוף ויסומן ב- . מיקום מרכז המסה של הגוף יחושב על ידי הנוסחה:*



*כאשר* m *מסת כל אחד מן הגופים ו-*r *מרחק כל גוף מן הנקודה ביחס אליה מחשבים את מרכז המסה. מומנט ההתמד של גוף קשיח הינו מדד ליכולתו של הגוף למנוע שינוי במהירותו הזוויתית. מומנט ההתמד נתון על ידי הנוסחה:*



*כאשר* r *הוא המרחק של כל מסה מציר הסיבוב. עבור מוט ידוע שמומנט ההתמד סביב מרכז המסה הוא כאשר* M *מסת המוט ו*L *אורך המוט. עבור דיסקת המשקולת מומנט ההתמד סביב מרכז המסה הוא כאשר* R *רדיוס הדסקה.*

*המומנט שגוף מפעיל על נקודה כלשהי הינו מכפלה ווקטורית של הכוח במרחק בין נקודת הפעלת הכוח לנקודת החישוב. בחישוב המומנט שמפעיל מרכז המסה על נקודת התלייה מתקבל:*



*כאשר* l *הוא המרחק בין נקודת התלייה למרכז המסה ו*N *המומנט שמפעיל הכוח בנקודת התלייה. לכל גוף קשיח קיים תנע זוויתי שניתן לכתוב במונחי המהירות הזוויתית ומומנט ההתמד:*



*כאשר* J *מומנט הזוויתי של הגוף הקשיח. לפי החוק השני של ניוטון מתקבל שהמומנט* N *שווה לנגזרת התנע הזוויתי בזמן. מקירוב זוויות קטנות . הצבת נוסחה (5) בנוסחה (6) במשוואה זו:*



*כאשר התקבלה מפתרון המשוואה הדיפרנציאלית. מכאן מתקבל על ידי הצבה בנוסחה (1):*



*חישוב מומנט ההתמד סביב נקודת התלייה הנמצאת במקום שרירותי על גבי הגוף אפשרי בעזרת משפט שטיינר המקשר בין מומנט ההתמד סביב מרכז המסה למומנט ההתמד סביב נקודה שרירותית על גבי הגוף:*



*כאשר מומנט ההתמד סביב מרכז המסה, m מסת הגוף הקשיח,* l *המרחק בין מרכז המסה לנקודה בה רוצים לחשב את מומנט ההתמד. בכדי לקבל מומנט התמד של גוף מורכב יש לבצע את נוסחה (9) עבור מומנט ההתמד של כל גוף סביב נקודת התלייה וחיבור מומנטי ההתמד. הצבת נוסחה (9) בנוסחה (8):*



*כאשר* T *זמן המחזור של התנועה, מומנט ההתמד של הגוף סביב מרכז המסה שלו,* l *מרחק נקודת התליה של הגוף ממרכז המסה שלו,* m *מסת הגוף.*

*ערך שדה הכבידה של כדור הארץ בספרות המדעית הינו*

***רשימת ציוד***

1. מוט קשיח.
2. משקולת בצורת דסקה המחוברת למוט במיקום קבוע.
3. וו תלייה המחובר למוט שמיקומו ניתן לשינוי.
4. שני ברגים המחוברים למוט ומונעים את נפילת וו התלייה והמשקולת.
5. סרגל בעל רזולוציה של .
6. משקל אלקטרוני ברזולוציה של .
7. שער אופטי המחובר לשעון עצר ברזולוציה של .
8. קליבר ברזולוציה של .
9. מכשיר למדידה קירוב של מרכז המסה של המוט.

***מהלך הניסוי***

1. *מדידת המסה עבור: המוט, המשקולת, וו התליה, שני הברגים.*
2. *הרכבת המשקולת על המוט וקיבועה.*
3. *הרכבת הברגים בקצוות המוט לצורכי בטיחות.*
4. *הזזת מיקום וו התלייה על המוט וקיבועו על המוט.*
5. *מדידת מרכז המסה של המטוטלת בעזרת המכשיר.*
6. *מדידת המרחק בין מרכז המסה לבין נקודת התלייה.*
7. *איפוס מכשיר מדידת הזמן למצב* collision *המודד 4 זמני מחזור של המטוטלת ברצף.*
8. *הסטת המטוטלת ממצב שיווי משקל בזווית קטנה.*
9. *רישום ארבעת זמני המחזור המתקבלים מהמכשיר.*
10. *חזרה על הצעדים ד' – ט' ל12 מדידות.*
11. *לאחר מציאת המיקום בו זמן המחזור מינימאלי, ביצוע שתי מדידות במיקומים קרובים משני צדדיו.*

**איור 3 –** תרשים הניסוי

שעון עצר

שער אופטי

נקודת התלייה

***תכנון עיבוד תוצאות***

מרכז המסה

מוט

מרכז המסה

גוף קשיח

**איור 4 –** סימוני הגדלים במטוטלת הפיסיקאלית

r

מרכז המסה

דסקה

נקודת תלייה

l

A

a

L

השגיאה במדידת המסה עבור כל אחד מן הגופים הינה רזולוציית מכשיר המדידה. הסיבה לכך היא שהערך שמחזיר המשקל האלקטרוני מעוגל לערך הקרוב אליו באופן שיטתי לאותו הכיוון אך ללא ידיעת המפעיל. לכן שגיאה זו תהה בגודל הרזולוציה של המכשיר. כיוון שמבוצעות חמש מדידות לרכיבי המערכת, השגיאה במשקל הכולל תהיה על פי חוברת הסטטיסטיקה:



כאשר שגיאת המכשיר ו שגיאת המשקל הכולל.

השגיאה הסטטיסטית בזמן תחושב על ידי שימוש בנוסחאות 3.9 ו-3.10 בחוברת הסטטיסטיקה. שגיאת שעון העצר הינה רזולוציית המכשיר, בדומה לשיקולים משגיאת המשקל האלקטורני. השגיאה הסטטיסטית והשגיאה במכשיר יחוברו:



כאשר השגיאה הסטטיסטית ו השגיאה בשעון העצר. לצורך הצבה בנוסחה (10) יחושב . שגיאתו תחושב על פי הנוסחה לנגזרות חלקיות מחוברת הסטטיסטיקה:



כאשר הוא זמן המחזור הממוצע בין ארבעת המדידות לכל נקודת תלייה.

מומנט ההתמד של המוט סביב נקודת התלייה ושל המשקולת סביב נקודת התלייה על פי נוסחה (9):



כאשר מומנט התמד הכולל סביב מרכז המסה, מסת המוט והמשקולת בהתאמה,  *המרחקים כפי שהוגדרו באיור 3.*

*שגיאת מומנט ההתמד על פי נוסחת הנגזרות החלקיות:*



*כאשר כל הגדלים הוסברו לעיל.*

נוסחה (10) מתארת פונקציית התאמה היפרבולית מהסוג- .

ויסומן

כאשר הגדלים תוארו לעיל. על פי איור 3 הינו המרחק בין נקודת התלייה למרכז המסה של הגוף.

מן המטלאב יתקבלו הנתונים עבור , ושגיאותיהם. יחולצו הערכים הבאים ושגיאותיהם- תאוצת הכובד g - מנוסחה 10 וסימון ההתאמה  *ו-*

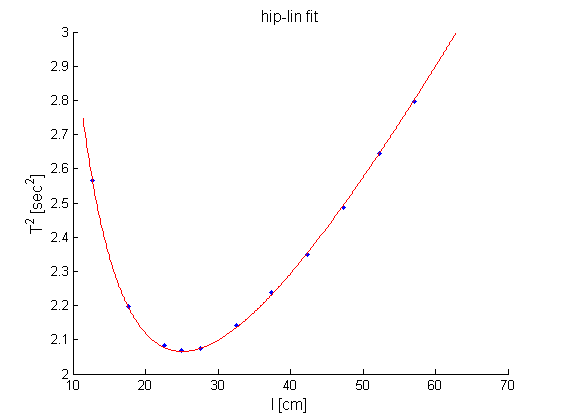
מומנט ההתמד – מנוסחה 10 וסימון ההתאמה  *ו-*

רדיוס ההתמד של גוף קשיח – מחושב מגזירת נוסחה 10 ומציאת נקודת מינימום לכן וחישוב השגיאה עפ"י נגזרות חלקיות

לפי נוסחה 10 והערכים המתקבלים ו -

לערכי  *, ו- תתבצע בדיקת טיב התאמה.*

**תוצאות**



***איור 5-*** *גרף התאמה עבור זמן המחזור בריבוע כפונקציה של מרחק ממרכז המסה*

*מההתאמה מתקבלים הערכים הבאים-*

הגרף הנ"ל מייצג 11 מדידות. הנקודות המסומנות בנספח א' כ – 1, 2, 11 לא הוכנסו לגרף כיוון שהן הרחיקו תוצאות ההתאמה באופן ניכר מהתוצאות המבוקשות. היחידות של הפרמטרים ו- יותאמו ליחידות המתאימות- על ידי כפל ב-100 ו- על ידי חילוק ב-100, על מנת להתאים לנתונים התיאורטים הניתנים ביחידות של קילוגרם ומטר, לעומת גרם וסנטימטר מנתוני המדידות. מעיד על כך שהפונקציה ככל הנראה מתאימה לייצוג התופעה. נמצא מחוץ לטווח הרצוי לכן יתכן כי הייתה בעיה פיזיקלית במדידות או בערכת השגיאות. גרף השארים מתפזר אקראי ואין מה להוסיף לגביו, מצורף בנספח ג'.

חילוץ הערכים -

חישוב הערכים התיאורטים-

תאוצת הכובד- מצוין בפרק התאורטי

רדיוס ההתמד-

מומנט ההתמד-

טיב ההתאמה עבור הערכים השונים -

טיב ההתאמה עבור תאוצת הכובד g-  *, ערך זה מוגדר כטוב מכיוון שהוא בטווח הרצוי (קטן מ-3).*

*טיב ההתאמה עבור מומנט ההתמד של הגוף הקשיח - , ערך זה מוגדר כטוב מכיוון שהוא בטווח הרצוי.*

*טיב ההתאמה עבור רדיוס ההתמד k- , ערך זה מוגדר כטוב מכיוון שהוא נמצא בטווח הרצוי.*

**דיון**

***נספחים***

*בכל הנספחים - עמודות שהערך הראשון בהן כחול הן עמודות של ערכי שגיאה, תאים לבנים הם תאים בהן בוצעה מדידה, תאים צהובים הם תאים שחושבו על ידי נוסחה או שהוצבו בהם מספרים קבועים.*

**No. –** *מספר המדידה.*

***נספח א'- המדידות שבוצעו במהלך הניסוי***



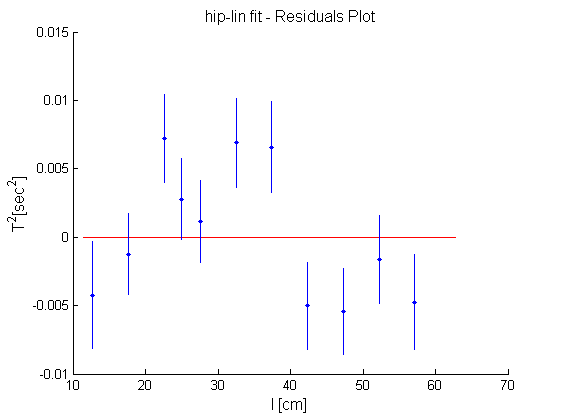
**l,** **Δl –** *המרחק בין מרכז המסה של המוט לנקודת התלייה ושגיאתו בסנטימטר,* **t1,t2,t3,t4** *– זמני מחזור של ארבעה מחזורי תנודות של המוט סביב נקודת התלייה בשניות,* **T\_avg** *– זמן מחזור ממוצע בשניות,* **ΔT\_stat** *– השגיאה הסטטיסטית של זמן המחזור בשניות,* **ΔT\_inst** *– שגיאת מכשיר מדידת הזמן בשניות,* **ΔT\_fin** *– שגיאת זמן המחזור למחזור יחיד בשניות, – ריבוע זמן המחזור ושגיאתו בשניות בריבוע.*

***נספח ב'-***



**m\_rod, Δm\_rod*–*** *מסת המוט ושגיאתה בגרם,* **L\_rod, ΔL\_rod** *– אורך המוט ושגיאתו בסנטימטר,* **m\_disc, Δm\_disc***– מסת המשקולת ושגיאתה בגרם,* **Δr\_disc, r\_disc***– רדיוס המשקולת ושגיאתה בסנטימטר,* **Δm\_bolt, m\_bolt** *– מסת הבורג באינדקס המתאים ושגיאתו בגרם,* **Δm\_hook, m\_hook –** *מסת וו התלייה של המוט ושגיאתו בגרם,* **Δa, a** *– המרחק בין מרכז המשקולת למרכז המסה ושגיאתו בסנטימטר,* **m\_tot** *– סך כל המסות בגרם.*

***נספח ג'-*** גרף השארים עבור פונקציית ההתאמה.

******